$$C^* = -\frac{E_0}{2\,\varrho_0}, \quad D^* = -\frac{E_0}{6}\left[\frac{1+\varrho_0'}{\varrho_0^2} + \frac{2}{R_0^2} + \frac{2}{\varrho_0 R_0}\right],$$

$$E^* = \frac{E_0}{2}\left[\frac{1+\varrho_0'}{\varrho_0^2} + \frac{1}{\varrho_0 R_0}\right].$$

Damit ist

$$V(R,z) = V_0 - E_0\Big[(R-R_0) - \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{R_0}+\frac{1}{\varrho_0}\Big)(R-R_0)^2 + \frac{1}{2\,\varrho_0} z^2 + \frac{1}{6}\Big(\frac{1+\varrho'_0}{\varrho_0^2} + \frac{2}{R_0^2} + \frac{2}{R_0\,\varrho_0}\Big)(R-R_0)^3 - \Big(\frac{1+\varrho_0'}{\varrho_0^2} + \frac{1}{\varrho_0 R_0}\Big)(R-R_0)\,z^2\Big]. \qquad (27)$$

Es soll noch gezeigt werden, wie sich die übrigen in Abschnitt I benützten Konstanten berechnen lassen:

Wenn man

$$\varrho_1 = \varrho_0, \quad \varrho_2 = \varrho_0 + \Delta\varrho;$$

$$m_1 = m_0, \quad m_2 = m_0 + \Delta m = m_0 + \Delta R - \Delta\varrho$$

setzt, wobei $\Delta\varrho$, ΔR kleine Größen sind, folgt aus früherem

$$a + a^* \approx \frac{-2\,\varrho_0\,\Delta\varrho + 2\,m_0\,\Delta R - 2\,m_0\,\Delta\varrho}{\Delta R - \Delta\varrho},$$

$$a\,a^* \approx \frac{\varrho_0^2\,\Delta R - \varrho_0^2\,\Delta\varrho - 2\,\varrho_0\,m_0\,\Delta\varrho + m_0^2(\Delta R - \Delta\varrho)}{\Delta R - \Delta\varrho}.$$

Für $\Delta R \to 0$ ist demnach

$$a + a^* = 2\,\frac{-\varrho_0\,\varrho_0' + m_0(1-\varrho_0')}{1-\varrho_0'},$$

$$a\,a^* = \frac{(\varrho_0^2 + m_0^2)(1-\varrho_0') - 2\,m_0\,\varrho_0\,\varrho_0'}{1-\varrho_0'},$$

$$a, a^* = \frac{m_0(1-\varrho_0') - \varrho_0\,\varrho_0'}{1-\varrho_0'} \pm \frac{\varrho_0\sqrt{2\,\varrho_0'-1}}{1-\varrho_0'}.$$

Dabei tritt für $\varrho_0' > \frac{1}{2}$ der Fall A,
„ $\varrho_0' < \frac{1}{2}$ „ „ B,
„ $\varrho_0' = 1$ „ „ C

des Abschnittes I ein. Der Fall $\varrho_0' = \frac{1}{2}$ sich berührender Kreise ist wegen seiner technischen Unwichtigkeit nicht behandelt.

Damit sind alle in Abschnitt I auftretenden Konstanten berechenbar und $V(R,z)$ kann auch in den in Abschnitt I benützten speziellen Koordinaten dargestellt werden.

Herrn Prof. Dr. G. Hettner und Herrn Dr. H. Ewald möchte ich für wertvolle Ratschläge und Literaturhinweise sehr danken.

NOTIZEN

Notiz über eine weitere reguläre Homologie-Lösung

Von Wolf Häfele

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforschg. **11 a**, 163 [1956]; eingegangen am 9. Januar 1956)

Aus der Klasse der Homologie-Lösungen sind bisher drei reguläre Lösungen bekannt: a) Im kugeligen bzw. zylindrischen Fall die Taylorsche Lösung [1], die eine auslaufende Kugel- bzw. Zylinderwelle beschreibt, wie sie etwa durch eine Explosion zustande kommt, b) die Guderleysche Lösung [2], die eine kugelige bzw. zylindrische Stoßwelle beschreibt die auf das Symmetriezentrum zuläuft, dort reflektiert wird und dann wieder nach außen geht, und c) im ebenen Fall die Lösung, die vom Verfasser [3] untersucht wurde. Die Lösungskurve $\mu(\nu)$ im Homologie-Diagramm der ebenen Homologie-Lösungen, die der Taylorschen Lösung entspricht, ergibt keine reguläre Lösung, weil für $\xi = x/t^n \to 0$ die Dichte gegen 0 und die Temperatur gegen ∞ geht bzw. umgekehrt (Separatrix III der zitierten Arbeit [3]). Der Druck geht gegen einen von ξ unabhängigen Wert. Läßt man den vollen Homologie-Ansatz zu, bei dem gilt

$$\varrho = t^d \cdot \varrho^*(\xi), \quad u = n \cdot t^{n-1} \cdot \nu(\xi),$$
$$a^2 = n^2\, t^{2n-2}\, \mu^2(\xi), \quad \xi = x/t^n,$$

wo u Strömungs- und a Schallgeschwindigkeit, ϱ Dichte, x Ort, t Zeit, n und d Parameter sind, so gilt für den Einlauf nach P_6 (Guderley-Verfasser-Nomenklatur), d. h. für

$$\varrho = t^d \cdot \text{const},$$
$$p = t^{2n-2+d} \cdot \text{const},$$
$$T = t^{2n-2} \cdot \text{const},$$

falls der Zusammenhang

$$d = 2 \cdot (1-n)/(1-\varkappa)$$

besteht. ($\varkappa$ = Verhältnis der spezifischen Wärmen.)

Somit sind die Singularitäten im Punkt P_6 vermieden. Im allgemeinen wird eine Lösung des hier angegebenen Typs nicht die Bedingungen einer starken Stoßfront erfüllen. Nur für Fälle, in denen das Vorland einen speziellen Charakter hat, wird sich die Verträglichkeit mit den gegebenenfalls auch schwachen Frontbedingungen erreichen lassen. Indessen kann dieser Typ eventuell bei anders gelagerten Problemstellungen interessant sein.

[1] G. I. Taylor, Proc. Roy. Soc., Lond. **201**, 159 [1950].
[2] G. Guderley, Luftfahrtforschg. **19**, 302 [1942].
[3] W. Häfele, Z. Naturforschg. **10 a**, 1006 [1955].